Números complejos II

SEMESTRAL UNI - 2023 II

1. Dados los siguientes complejos $z=-3+3i$ y $w=\sqrt{3}+i$.

Calcule el complejo $z\times w$ en su forma exponencial.

A) $6e^{\frac{11}{12}\pi i}$ B) $6\sqrt{2}e^{\frac{11}{12}\pi i}$ C) $e^{\frac{11}{12}\pi i}$

D) $6e^{\frac{1}{12}\pi i}$ E) $6\sqrt{3}e^{\frac{1}{12}\pi i}$

2. Calcule el módulo de z si

$$\overline{z}(\operatorname{sen}40^\circ - i\cos 40^\circ)=\frac{\left(4+3\left(\frac{1+i}{1-i}\right)\right)(\sqrt{6}+\sqrt{7}i)}{(\sqrt{10}-\sqrt{3}i)\left(10\operatorname{cis}\frac{\pi}{9}\right)}$$

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) 2

D) 4 E) 6

3. Si $z=\sqrt{3}\left(\cos\frac{\pi}{14}+i\operatorname{sen}\frac{\pi}{14}\right)$ y $w=\sqrt{2}\operatorname{cis}\left(\frac{6\pi}{35}\right)$, halle el complejo z^2w^5.

A) $12\sqrt{2}$

B) $12\operatorname{cis}\left(\frac{\pi}{7}\right)$

C) $12\sqrt{2}\operatorname{cis}\left(\frac{\pi}{7}\right)$

D) $12\sqrt{2}\operatorname{cis}\left(\frac{2\pi}{7}\right)$

E) $-12\sqrt{2}$

4. Reduzca el número complejo

$$z=\frac{(\cos 10^\circ+i\operatorname{sen}10^\circ)^6\left[\sqrt{3}(\cos 40^\circ+i\operatorname{sen}40^\circ)\right]^4}{(\operatorname{cis}8^\circ)^{10}\cdot(\operatorname{sen}20^\circ+i\cos 20^\circ)}$$

A) $9e^{\frac{2}{3}\pi i}$ B) $9e^{\frac{7}{18}\pi i}$ C) $e^{\frac{2}{3}\pi i}$

D) $9e^{\frac{4}{3}\pi i}$ E) $e^{\frac{\pi}{3}i}$

5. Dados los números complejos z y w no nulos cuyos argumentos son θ y α respectivamente. Indique la secuencia correcta de verdad (V) o falsedad (F) según corresponda.

I. $z\cdot w=|z|\cdot|w|e^{(\theta+\alpha)i}$

II. $z^n=|z|^n\operatorname{cis}(n\theta)$

III. $\cos\theta-i\operatorname{sen}\theta=\operatorname{cis}(-\theta)$

IV. $\overline{z}=|z|\operatorname{cis}(-\theta)$

A) VVVF B) VVFV C) VVVV

D) VFVF E) VFVV

6. Si $|z_1|=|z_2|$ y $\arg(z_1)+\arg(z_2)=\frac{\pi}{3}$, calcule el $\arg(z_1+z_2)$.

A) $\frac{\pi}{3}$ B) $\frac{\pi}{2}$ C) $\frac{\pi}{5}$

D) $\frac{\pi}{6}$ E) π

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO SOMOS EN LA EXIGENCIA

7. Determine el módulo y argumento de $z = i^{\sqrt{5}-4i}$

A) $|z| = e^{2\pi} \wedge \arg(z) = \dfrac{\sqrt{5}}{2}\pi$

B) $|z| = e^{\pi} \wedge \arg(z) = \sqrt{5}\,\pi$

C) $|z| = e^{2\pi} \wedge \arg(z) = \sqrt{5}\,\pi$

D) $|z| = e^{-2\pi} \wedge \arg(z) = \dfrac{\sqrt{5}}{2}\pi$

E) $|z| = e^{-\pi} \wedge \arg(z) = \dfrac{\sqrt{5}}{2}\pi$

8. Halle el módulo de $z = 2^{i-5} \cdot \left(1+\sqrt{3}i\right)^{5-i}$.

A) 1 B) $e^{\frac{\pi}{5}}$ C) $e^{\frac{\pi}{2}}$

D) $e^{\frac{\pi}{6}}$ E) $e^{\frac{\pi}{3}}$

9. Determine el área de la figura geométrica que se obtiene al unir los afijos de las raíces cuartas de $z = \sqrt{13} + \sqrt{12}i$.

A) $\sqrt{5}\,u^2$ B) $10\,u^2$ C) $2\sqrt{5}\,u^2$

D) $2\,u^2$ E) $25\,u^2$

10. Si ψ es una raíz sexta compleja no real de la unidad real, calcule el valor de

$$A = \underbrace{1+\Psi+\Psi^2+\Psi^3+\Psi^4+\ldots}_{96\,\text{sumandos}}$$

A) 0 B) 1 C) 2

D) ψ E) ψ^2

11. Determine la raíz quinta que se ubica en el cuarto cuadrante de $z = 32\text{cis}\left(\dfrac{3\pi}{4}\right)$

A) $2\text{cis}\left(\dfrac{31\pi}{20}\right)$ B) $2\text{cis}\left(\dfrac{7\pi}{4}\right)$ C) $2\text{cis}\left(\dfrac{33\pi}{20}\right)$

D) $2\text{cis}\left(\dfrac{9\pi}{5}\right)$ E) $2\text{cis}\left(\dfrac{37\pi}{20}\right)$

12. Entre los números complejos z que satisfacen la condición $|z-25i| \le 15$. Halle el número complejo con menor argumento.

A) $16+12i$
B) $24+18i$
C) $4+3i$
D) $12+9i$
E) $12+16i$

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO LÍDERES EN LA EXCELENCIA

CLAVES

01-B	03-E	05-C	07-A	09-C	11-B	
02-A	04-B	06-D	08-E	10-A	12-E	

CLAVES